

المادة : الرياضيات

الشعبة : العلوم التجريبية – العلوم التجريبية الأصلية – العلوم الزراعية

- يتكون هذا الموضوع من أسئلة مستقلة فيما بينها وثلاث تمارين ومسألة.
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.

أسئلة

- (1) حل المعادلة التفاضلية : $y'' + y' - 6y = 0$.
- (2) اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $Z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$
- (3) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) \cdot \ln(1 + \cos(x)) dx = \frac{\pi}{2} - 1$
(نذكر أن $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$)
- (4) نضع : $u_n = n + \left(\frac{1}{3}\right)^n$ لكل n من \mathbb{N}^* .
احسب، بدلالة n ، المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين الأول

- في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم، نعتبر المستوى P الذي معادلته $x - z + 1 = 0$ والفلكة S التي مركزها $\Omega(1, 0, 0)$ وشعاعها $r = 2$.
- (1) بين أن P و S يتقاطعان وفق دائرة Γ .
 - (2) حدد مركز وشعاع الدائرة Γ .

التمرين الثاني

- (1) أكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(1-i)^2$.
- (2) حل في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة : $z^2 - 2(1+2i)z - (3-6i) = 0$.
- (3) نعتبر في المستوى العقدي النقطتين A و B لحقهما على التوالي هما : $a = 3i$ و $b = 2+i$.
حدد ثم أنشئ (D) مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث : $|z-3i| = |z-2-i|$

التمرين الثالث

- يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء وكرتين سوداوين لا يمكن التمييز بينها باللمس.
- (1) نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس.
ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء ؟
 - (2) نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال 5 كرات من الكيس.
ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء مرتين من الكيس ؟
 - (3) نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال n كرات من الكيس.
- أ- بين أن احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل هو $p = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$.
- ب- ما هو العدد الأدنى من السحبات التي يكون من أجلها $p \geq 0,999$ ؟
(نأخذ $\log 3 \approx 0,48$ حيث \log هو اللوغاريتم العشري)

مسألة

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0, 2[$ بما يلي : $f(x) = \ln\left(\frac{x}{2-x}\right)$
وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

ب- بين أن $f'(x) = \frac{2}{x(2-x)}$ لكل x من المجال $]0, 2[$.

ج- اعط جدول تغيرات الدالة f .

(2) أ- بين أن النقطة $A(1, 0)$ مركز تماثل المنحنى (C) .

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C) في النقطة $A(1, 0)$.

(3) نضع $\varphi(x) = f(x) - x$ لكل x من المجال $]0, 2[$.

أ- بين أن $\varphi\left(\frac{3}{2}\right) < 0$ و $\varphi\left(\frac{7}{4}\right) > 0$ (نأخذ $\ln 3 \approx 1,1$ و $\ln 7 \approx 1,94$)

ب- استنتج أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلا α بحيث $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{7}{4}$ وأول النتيجة مبيانيا.

(4) أ- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} .

ب- بين أن : $f^{-1}(x) = \frac{2e^x}{1+e^x}$ ($\forall n \in \mathbb{R}$)

(5) أنشئ في نفس المعلم المنحنى (C) والمنحنى (Γ) الممثل للدالة f^{-1} .

(6) أ- أحسب $\int_0^\alpha \frac{e^x}{1+e^x} dx$

ب- أحسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنيين (C) و (Γ) ومحوري المعلم.